Interrogation 2 d'entrainement
Fonctions réelles

1. **Restituer le cours.**
   1.1 Définir l'image et l'image réciproque d'un ensemble par une fonction.
   1.2 Comment obtient-on le graphe de $g_1 : x \mapsto f(x)+a$? de $g_2 : x \mapsto f(x+a)$? de $g_3 : x \mapsto af(x)$? de $g_4 : x \mapsto f(ax)$?
   1.3 Définir une fonction paire ou impaire. Que dire de son graphe ?
   1.4 Définir une fonction croissante et une fonction strictement décroissante.
   1.5 Définir une fonction majorée, minorée, bornée. Caractériser par la valeur absolue le fait qu'une fonction soit bornée.
   1.6 Définir une fonction continue en a.
   1.7 Enoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
   1.8 Définir une fonction dérivable en a. Quel est le lien entre continuité et dérivabilité ?
2. **Déterminer l'ensemble de définition et la parité d'une fonction.**
   2.1 Soit $f : x \mapsto \frac{2\ln\left(x^2-5\right)}{\tan(3x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
   2.2 Soit $f : x \mapsto \frac{7x^3-3x+1}{x^4+x^2+1}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
   2.3 Soit $f : x \mapsto \frac{\mathrm{e}^{3x^3+1}+\mathrm{e}^{-3x^3+1}}{\sin(2x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
   2.4 Soit $f : x \mapsto \frac{3|x|^3+\cos(6x)}{\cos(2x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
   2.5 Soit $f : x \mapsto \ln\left(|x+2|-(x+3)\right)$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
3. **Enoncer le théorème des valeurs intermédiaires ou le théorème de la bijection.**
   3.1 Montrer que l'équation $\sin(4x)+5x^2=2$ admet une solution sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.
   3.2 Montrer que l'équation $\left(\frac{1}{5\sqrt{x+3}}\right)^2=\frac{1}{10}$ admet une solution sur $[0\,;+\infty[$.
   3.3 Montrer que l'équation $4\tan\left(\frac{x}{2}\right)=3000$ admet une solution sur $[0\,;+\infty[$.
   3.4 Montrer que l'équation $\frac{\mathrm{e}^x}{x^2-1}=4$ admet une unique solution sur $[3\,;+\infty[$.
   3.5 Montrer que pour tout $x\in\,]0\,;+\infty[$, $x>\ln(x)$. Puis montrer que l'équation $\frac{\ln(x)}{x-\ln(x)}=\frac{1}{2}$ admet une unique solution sur $[1;\mathrm{e}]$.
4. **Tableau de variations.**
   4.1 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto x^2\,\mathrm{e}^x$ sur son domaine de définition.
   4.2 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \frac{x}{\ln(x)}$ sur son domaine de définition.
   4.3 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2+5$ sur son domaine de définition.
   4.4 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \cos^3(x)\sin^3(x)$ sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.
   4.5 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \frac{x^2+3}{x^2-2x-3}$ sur son domaine de définition restreint à $\mathbb{R}_+$.
5. **Dérivée n-ième.**
   5.1 Pour tout $n\in\mathbb{N}$, déterminer la dérivée n-ième de $f : x \mapsto \ln(x)$.
   5.2 Pour tout $n\in\mathbb{N}$, déterminer la dérivée n-ième de $f : x \mapsto \sqrt{x}$.
   5.3 Pour tout $n\in\mathbb{N}$, déterminer la dérivée n-ième de $f : x \mapsto \cos^2(x)-\sin^2(x)$.
   5.4 Pour tout $n\in\mathbb{N}$, déterminer la dérivée n-ième de $f : x \mapsto x^2\,\mathrm{e}^x$.
   5.5 Pour tout $n\in\mathbb{N}$, déterminer la dérivée n-ième de $f : x \mapsto x\cos(x)$.