Interrogation 29
Couples de variables aléatoires

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Enoncer le lien entre la fonction génératrice, l'espérance et la variance.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Enoncer le théorème de transfert.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Définir une application linéaire.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. On dispose d'une urne possédant n boules vertes et une boule rouge. On pioche successivement et sans remise les boules une par une et on note X le rang d'apparition de la boule rouge. Donner la loi, l'univers, l'espérance et la variance de X. Quelle est la probabilité que la rouge apparaisse en dernière ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soit $Z = (X, Y)$ un couple de variables aléatoires dont la loi est donnée par

$Y \backslash X$	0	1	2
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
1	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{12}$
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Déterminer la loi de X en déduire son espérance et sa variance.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $X_n \hookrightarrow \mathscr{U}\left([\![1;n]\!]\right)$ et $Y_n = \ln\left(1 + \frac{1}{X_n}\right)$. Calculer $\mathbb{E}\left(Y_n\right)$.

5. Soient $p \in \left]0;1\right[$, X et Y deux variables aléatoires indépendantes, $X \hookrightarrow \mathscr{B}(p)$ et $Y \hookrightarrow \mathscr{B}(p)$. On pose $U = X+Y$ et $V = X - Y$. Calculer $\mathrm{Cov}\left(U, V\right)$ et $\mathbb{P}\left(U = 1 \mid V = 0\right)$. Les variables U et V sont-elles indépendantes ?