

Colle du 18/11 - Sujet 1
Réduction

Question de cours

1. Énoncer une condition nécessaire et suffisante pour qu'un endomorphisme en dimension n soit diagonalisable.
2. Soit f un endomorphisme d'un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel de dimension finie. Montrer que λ est une valeur propre de f si et seulement si...

Exercice 1. Sans calculer de polynôme caractéristique, montrer que $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ est diagonalisable et la diagonaliser.

Exercice 2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que A est diagonalisable et la diagonaliser.
2. Résoudre dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ l'équation $M^2 = A$.

Colle du 18/11 - Sujet 2
Réduction

Question de cours

1. Définir les éléments propres, l'ordre de multiplicité et comparaison avec la dimension associée
2. Montrer que si le polynôme caractéristique d'un endomorphisme u est scindé simple sur $\mathbb{K}$, alors...

Exercice 1. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Déterminer le spectre de A . La matrice A est-elle diagonalisable ? Trigonalisable ?

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des suites réelles $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telles que $u_0 = 6$, $u_1 = 0$, $u_2 = -6$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+3} = -2u_n + u_{n+1} + 2u_{n+2}.$$

Colle du 18/11 - Sujet 3
Réduction

Question de cours

1. Définir un endomorphisme diagonalisable, une matrice diagonalisable.
2. Montrer que si x est un vecteur propre de f , alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, x est un vecteur propre de...

Exercice 1. La matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ est-elle diagonalisable ? Si oui la diagonaliser.

Exercice 2. Soit $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} A^n$.