

## Exercice Printemps 01

### Intégration et trigonométrie

**Exercice 1** Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose

$$J_n = \int_0^\pi \sin(x) \frac{x}{n+x} dx \quad \text{et} \quad I_n = \int_0^{\frac{\pi}{n}} n \frac{\sin(nu)}{1+u} du.$$

1. Montrer que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n = 0.$$

2. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $I_n + J_n = 2$ .

3. En déduire la limite de  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ .

**Exercice 2** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $-4 \sin(x) \cos(x) \geq 1$ .