

Exercice Printemps 01

Intégration et trigonométrie

Exercice 1 Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$J_n = \int_0^\pi \sin(x) \frac{x}{n+x} dx \quad \text{et} \quad I_n = \int_0^{\frac{\pi}{n}} n \frac{\sin(nu)}{1+u} du.$$

- Montrer que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n = 0.$$

- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n + J_n = 2$.
- En déduire la limite de $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.

Exercice 2 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $-4 \sin(x) \cos(x) \geq 1$.