



Contrôle 8

Probabilités et fonction inverse

Nom :

Prénom :

Une attention particulière à la qualité de la présentation de la copie et à la clarté des raisonnements est attendue. Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. Calculatrice interdite.

Exercice 1. (7 points). On possède une urne contenant 18 boules jaunes numérotées de 1 à 18 et 12 boules violettes numérotées de 1 à 12. On pioche au hasard l'une des boules.

Comment appelle-t-on un tirage où chaque boule a la même probabilité d'être tirée ? On supposera que c'est le cas dans la suite.

On considère les événements suivants :

- A : « la boule tirée est une boule jaune. ».
- B : « la carte tirée possède un numéro divisible par 3 ».

1. Enumérer toutes les issues de B puis celles de $A \cap B$.
2. Quelle est la probabilité de A ? de B ? de $A \cap B$?
3. Calculer la probabilité d'obtenir $A \cup B$.
4. Enoncer en français l'événement \bar{B} .
5. Calculer la probabilité de l'événement \bar{B} .

On pioche à deux reprises dans le jeu. A chaque tirage, on note si l'on a obtenu un boule jaune ou non puis l'on remet la boule tirée dans le jeu.

6. Dessiner l'arbre des probabilités associé.
7. En déduire la probabilité d'obtenir une boule jaune et une boule violette.

Exercice 2. (5 points). On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{5x + 7}{x + 8}.$$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Montrer que

$$f(x) - 2 = \frac{3x - 9}{x + 8}.$$

3. Résoudre l'inéquation d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ suivante :

$$3x - 9 \geqslant 0.$$

4. Résoudre l'inéquation d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ suivante :

$$x + 8 \geqslant 0.$$

5. En déduire les solutions de l'inéquation

$$f(x) - 2 \leqslant 0.$$

Prière de tourner la page.



Exercice 3. (10 points). Monsieur Dupont possède trois DVD notés D_1 , D_2 et D_3 qu'il doit ranger dans leurs boitiers notés B_1 , B_2 et B_3 . Seulement Monsieur Dupont n'aime pas ranger et se contente de mettre chaque DVD dans un boitier au hasard. Il commence par ranger le premier DVD D_1 puis le DVD D_2 et enfin le DVD D_3 .

1. Quelles sont les possibilités pour D_1 et les probabilités associées ?
2. Une fois que D_1 est rangé, combien reste-t-il de boitiers pour D_2 ? puis pour D_3 ?
3. Compléter l'arbre donné en annexe en indiquant le choix des boitiers B_1 , B_2 et B_3 ainsi que les probabilités associées.

On considère les événements suivants :

- A : « Tous les DVD sont bien rangés ».
- B : « Au moins un DVD est bien rangé ».
- C : « Exactement un DVD est bien rangé ».

On convient que l'on écrit $B_1B_3B_2$ par exemple pour l'issue pour laquelle D_1 se trouve dans B_1 , D_2 se trouve dans B_3 et D_3 se trouve dans B_2 .

4. En suivant cette écriture, énumérer les issues contenues dans A .
5. En déduire la probabilité d'obtenir A .
6. Justifier que A est inclus dans B , c'est-à-dire que A est un sous-ensemble de B .
7. Que peut-on en déduire sur $A \cap B$?
8. Ecrire en français l'évènement \bar{B} .
9. Calculer la probabilité de \bar{B} .
10. En déduire la probabilité de B .

Annexe

Boitier de D_1

Boitier de D_2

Boitier de D_3

