



Chapitre VI : Fonctions affines

I Définition

Définition I.1

Une fonction affine f est une fonction telle qu'il existe deux réels a et b tels que

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto ax + b \end{aligned}$$

Exemple 1. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? Donner alors la valeur des coefficients a et b associés.

$$\begin{array}{lll} f_1(x) = 2x^2 + 1 & f_2(x) = 3x - 2 & f_3(x) = -5x \\ f_4(x) = x(4-x) & f_5(x) = \frac{x+1}{4x+7} & f_6(x) = 12. \end{array}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Définition I.2

- Le coefficient a est appelé **le coefficient directeur**.
- Le coefficient b est **l'ordonnée à l'origine**.

Exemple 2. Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine dans chacun des cas suivants :

$$\begin{array}{lll} f_1(x) = 5x - 2 & f_2(x) = 8 - 6x & f_3(x) = 9(2x - 5) \\ f_4(x) = 4 + 2x - 7 - x + 3 & f_5(x) = \frac{3x^2 + 7x}{5} & f_6(x) = -13. \end{array}$$



Cas particuliers

- Si le coefficient $a = 0$ alors la fonction $f : x \mapsto b$ est **la fonction constante** égale à b .
- Si le coefficient $b = 0$ alors la fonction $f : x \mapsto ax$ passe par l'origine du repère $(0; 0)$ et est dite **linéaire**.

Exemple 3.

1. Dans l'exemple 1, trouver la fonction constante et la fonction linéaire.

2. Même question pour l'exemple 2.

II Représentation graphique

Proposition II.1

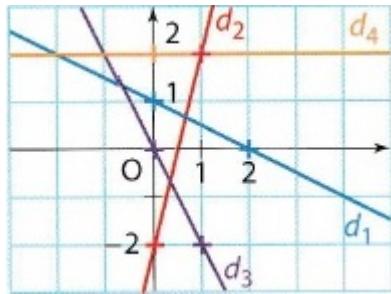
Une fonction est affine si et seulement si sa courbe représentative est **une droite** non parallèle à l'axe des ordonnées.

Exemple 4.

On considère quatre fonctions affines

$$f_1(x) = 4x - 2 \quad f_2(x) = -2x \quad f_3(x) = 2 \quad f_4(x) = -0,5x + 1$$

dont les courbes représentatives sont données en vrac dans le graphique suivant :



Relier chaque droites d_1 , d_2 , d_3 et d_4 à la fonction affine associée.

.....

.....

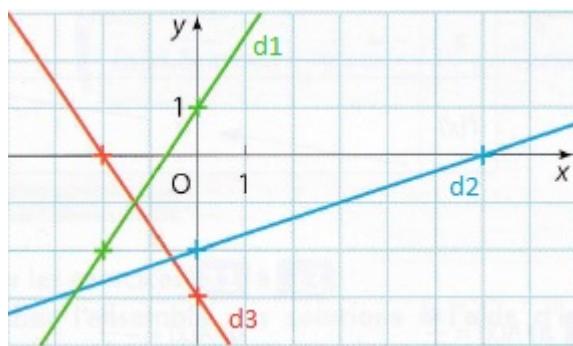
Proposition II.2

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine et d sa courbe représentative.

- Le coefficient b est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées ou encore b est l'image de 0 par f .
- Le coefficient a est la pente de la droite, on le calcule de la façon suivante. Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points de la droite d . On a

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Exemple 5. Déterminer les coefficients a et b des fonctions affines f_1 , f_2 et f_3 dont les courbes représentatives sont données respectivement par d_1 , d_2 et d_3 ci-dessous.





III Propriétés

Proposition III.1

- Une fonction affine non constante décrit un phénomène qui augmente/diminue de façon constante.
- Soit f une fonction affine de coefficient directeur a . Pour tous réels u et v , on a

$$f(u) - f(v) = a(u - v).$$

Proposition III.2

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine.

- Si $a > 0$ alors la fonction affine est croissante sur \mathbb{R} .
- Si $a < 0$ alors la fonction affine est décroissante sur \mathbb{R} .
- Si $a = 0$ alors la fonction est constante.

Exemple 6. Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes, établir leurs tableaux de signes puis les tracer.

$$f_1(x) = 3x - 3$$

$$f_2(x) = -4x$$

$$f_3(x) = -3$$

$$f_4(x) = \frac{x}{2} + 2$$

