Chapitre XIII : Trigonométrie

I Le cercle trigonométrie

I.1 Définition

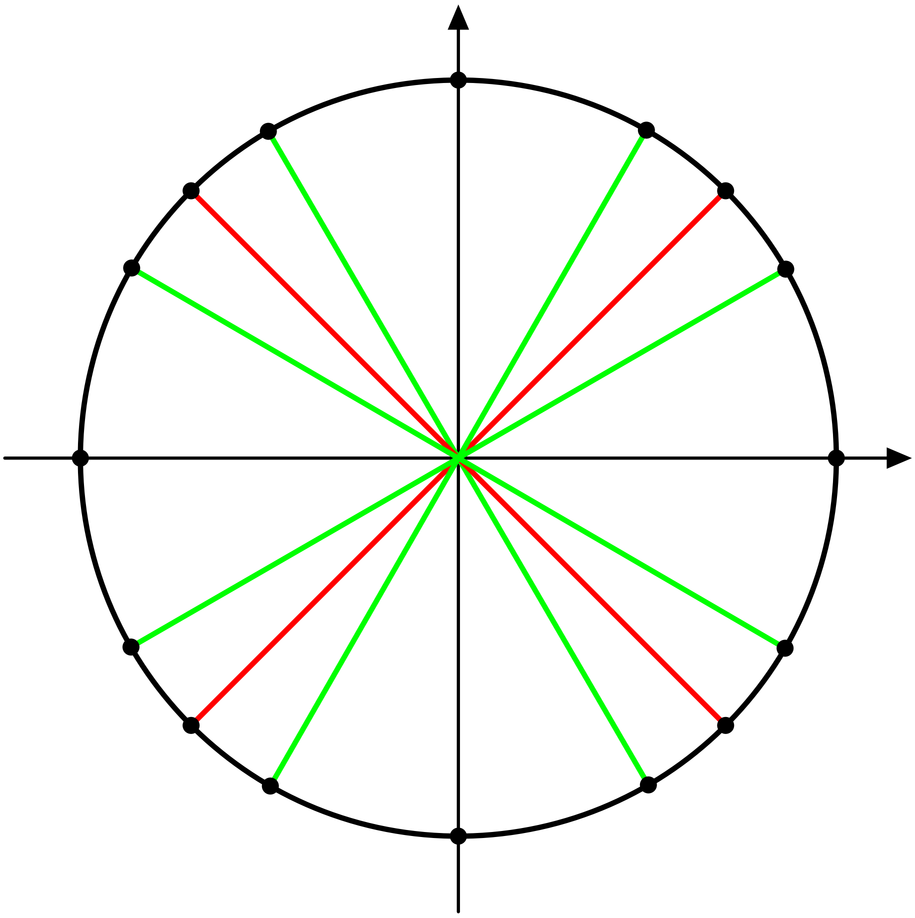
Définition I.1

On se munit d'un repère orthonormé et on appelle **cercle trigonométrique** le cercle centré sur l'origine et de rayon 1.

Définition I.2

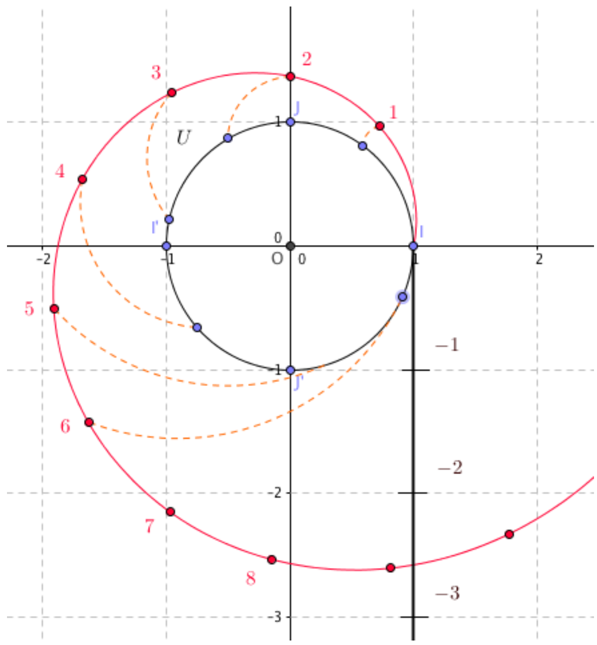
On oriente le cercle dans le sens contraire au sens des aiguilles d'une montre. On appelle ce sens, **le sens trigonométrique**. On gradue alors le cercle de la longueur de l'arc correspondant.

Noter les différentes graduations des points dessinés sur le cercle trigonométrique suivant :



I.2 Enroulement de la droite des réels

Après avoir parcouru une longueur de 2π, nous avons fait le tour du cercle mais il est possible de poursuivre notre graduation du cercle. Cela correspond à un enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique. Noter que l'on peut enrouler également du côté des réels négatifs.



Plusieurs mesures se trouvent alors à la même graduation. Pour chacun des nombres suivants, donner le réel entre 0 et 2π qui se trouve au même emplacement sur le cercle trigonométrique. Exemple : 7π se trouve à la même place que π.

x	7π	3π	6π	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{4}$	-4π	$-\frac{3\pi}{2}$	$\frac{19\pi}{6}$
L'équivalent dans $[0; 2\pi[$	π							

Proposition I.3

Soient x et x' deux réels tels qu'il existe un entier relatif $k \in \mathbb{Z}$ tel que

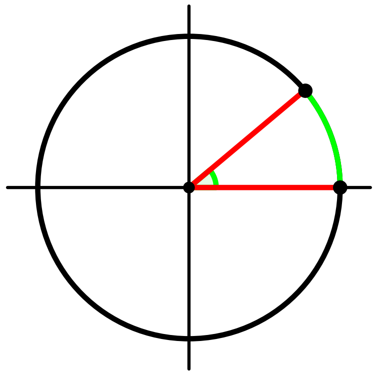
$$x' = x + 2k\pi.$$

Alors x et x' sont sur la même graduation du cercle trigonométrique.

II Mesure d'un angle

Définition II.1

La mesure d'un angle donnée en **radian** est la longueur de l'arc du cercle trigonométrique correspondant.



Compléter le tableau de conversion suivant :

en degrés	$0°$	$30°$		$60°$		$180°$		$360°$
en radians			$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$	

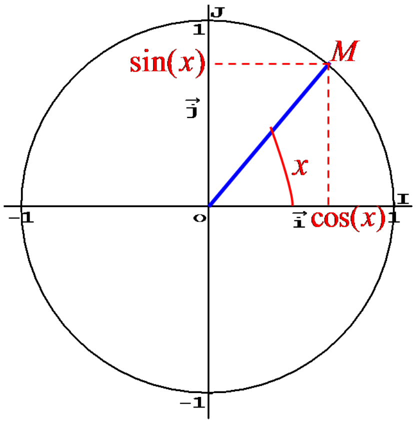
III Les fonctions trigonométriques

III.1 Définition

Définition III.1

On fixe $(O; I, J)$ une repère orthonormée. Soient $x \in \mathbb{R}$ et M le point du cercle trigonométrique tel que l'angle entre les vecteurs $\vec{OM}$ et $\vec{OI}$ soit égal à x.

- **Le cosinus** de x, noté $\cos(x)$, est par définition l'abscisse de M.
- **Le sinus** de x, noté $\sin(x)$, est par définition l'ordonnée de M.



Rappel

Dans un triangle rectangle, on a

$$\cos(x) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}, \qquad \sin(x) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}, \qquad \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\text{adjacent}}{\text{opposé}}.$$

Proposition III.2

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1 \qquad \text{et} \qquad -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1.$$

De plus pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1.$$

III.2 Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1