Chapitre I : Repérage et configurations du plan

I Coordonnées de points du plan

I.1 Définition

Définition I.1

Un repère **orthonormé** est un triplet de points $(O; I, J)$ tel que le triangle OIJ est rectangle isocèle en O.

- Le point O est **l'origine** du repère.
- La droite (OI) graduée est **l'axe des abscisses**.
- La droite (OJ) graduée est **l'axe des ordonnées**.

Remarque 1 : lorsque le triangle OIJ est seulement rectangle (et non nécessairement isocèle), on dit que le repère est orthogonal.
Remarque 2 : dans l'écriture du triplet $(O; I, J)$ le premier symbole séparateur est un point virgule et le second est une virgule.

Définition I.2

Dans un repère, tout point M est repéré par un unique couple de réels $(x_M; y_M)$ appelés les **coordonnées** du point M.

- Le réel x_M est **l'abscisse** de M.
- Le réel y_M est **l'ordonnée** de M.

I.2 Coordonnées du point milieu

Proposition I.3 (admise)

Dans un repère, on fixe deux points $A\,(x_A; y_A)$ et $B\,(x_B; y_B)$. Le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $(x_I; y_I)$ données par

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad \text{et} \qquad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

I.3 Distance entre deux points

Proposition I.4

Dans un repère orthonormé, on se munit de deux points $A\left(x_A;y_A\right)$ et $B\left(x_B;y_B\right)$. La **distance AB** entre le point A et le point B est donnée par

$$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}.$$

Démonstration. Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B,y_B)$ deux points du plan. On suppose que $x_B>x_A$ et $y_B>y_A$.
On observe alors que AB est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés ont pour longueur x_B-x_A et y_B-y_A. Par le théorème de Pythagore, on trouve donc que

$$AB^2=\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2.$$

D'où le résultat (une longueur est positive),

$$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}.$$

□

II Les triangles

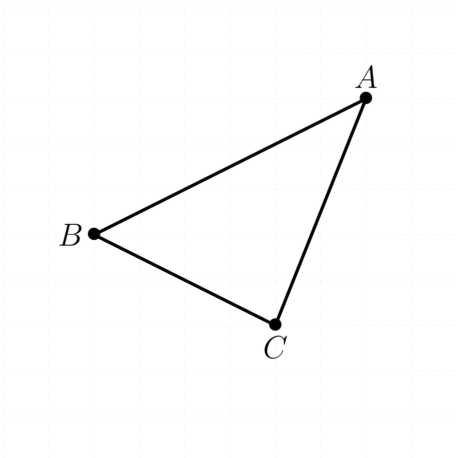
II.1 Les droites remarquables

Soit ABC un triangle.

Définition II.1

La **médiatrice** du côté $[BC]$ est l'unique droite .... à (BC) qui passe par .... de $[BC]$.

- On peut définir la médiatrice d'un *segment* sans avoir besoin de considérer un *triangle*.

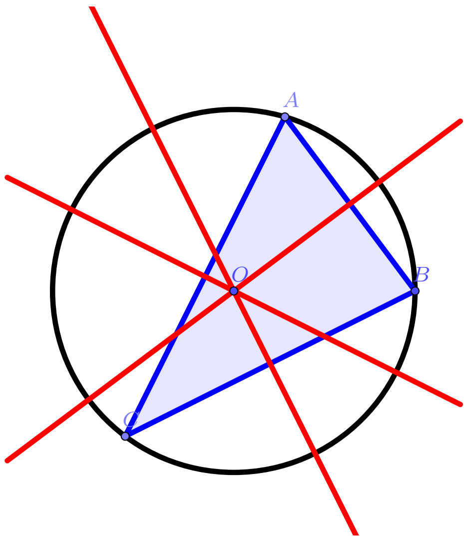


Proposition II.2

La médiatrice de $[BC]$ est l'ensemble des points .... (à même distance) de B et de C.

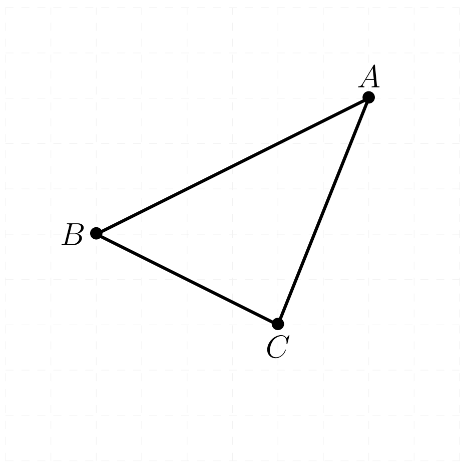
Proposition II.3

Les trois médiatrices d'un triangle ABC sont **concourantes** (se coupent toutes en un seul et unique point) en un point O qui est . . . .



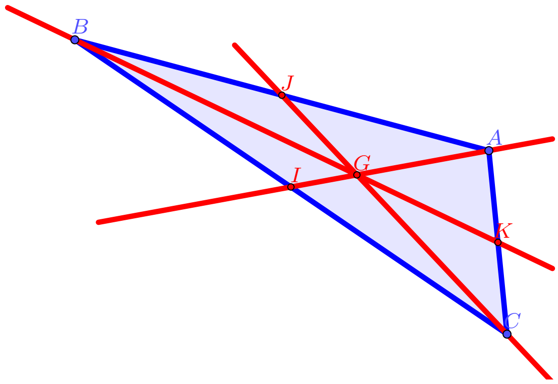
Définition II.4

La .... du côté $[BC]$ est l'unique droite qui passe par le milieu de $[BC]$ et par A le sommet du triangle opposé à $[BC]$.



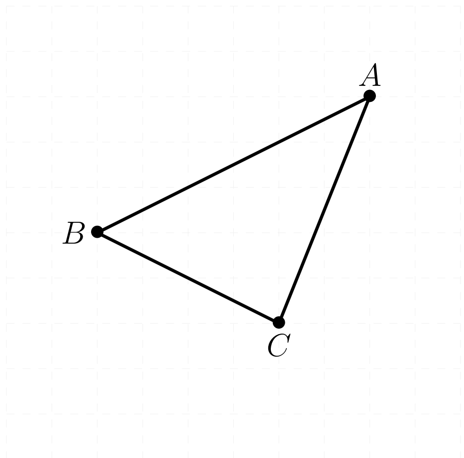
Proposition II.5

Les trois .... d'un triangle ABC sont concourantes en un point G, qui est .... du triangle.



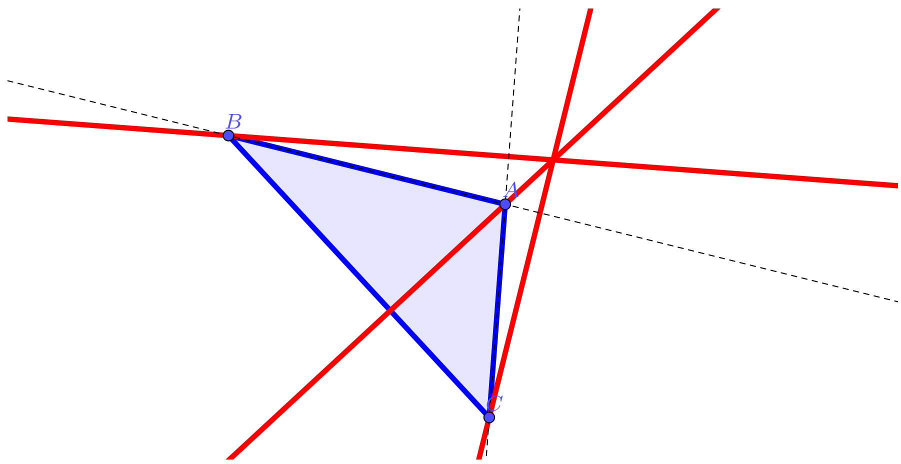
Définition II.6

.... du côté $[BC]$ est l'unique droite qui est perpendiculaire/orthogonale à la droite (BC) et qui passe par A le somment du triangle opposé à $[BC]$.



Proposition II.7

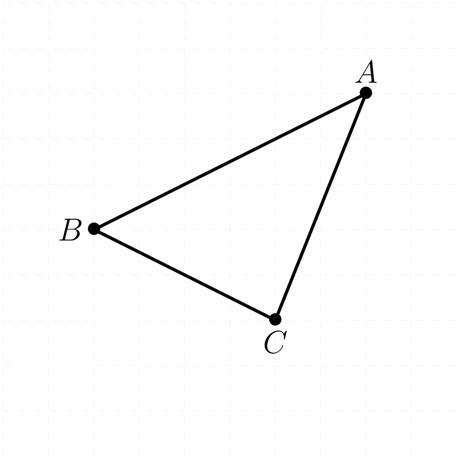
Les trois hauteurs d'un triangle ABC sont concourantes en un point H appelé .... du triangle.



Définition II.8

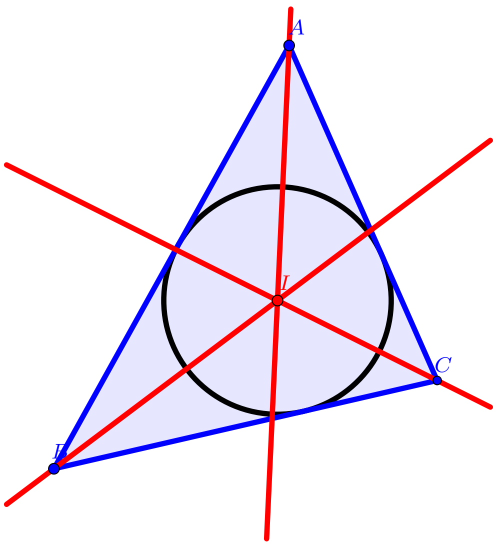
La **bissectrice** de l'angle $\widehat{BAC}$ est l'unique droite qui passe par .... et coupe l'angle $\widehat{BAC}$ en deux.

- On peut définir la bissectrice d'un *angle* sans avoir besoin de considérer un *triangle*.



Proposition II.9

Les trois bissectrices d'un triangle ABC sont concourantes en un point I qui est ....



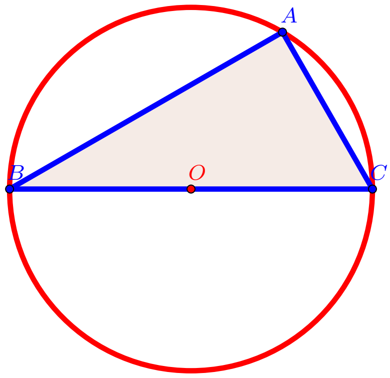
II.2 Les triangles particuliers

Définition II.10

Un triangle ABC est dit .... en A si l'angle $\widehat{BAC}$ est un angle droit.

Proposition II.11

Un triangle ABC est .... en A si et seulement si le côté $[BC]$ est .... du cercle inscrit.



Théorème de Pythagore

Un triangle ABC est rectangle en A si et seulement si

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Définition II.13

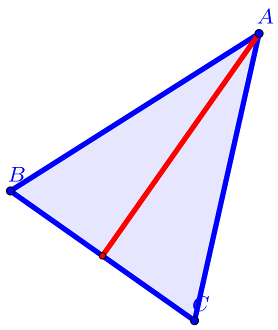
Un triangle ABC est dit **isocèle** en A si ....

Proposition II.14

Un triangle ABC est isocèle en A si et seulement si les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont ....

Proposition II.15

Si ABC un triangle isocèle en A alors la médiane, la bissectrice, la hauteur issues de A sont confondues entre elles et avec la médiatrice de $[BC]$. Cette unique droite est un **axe de symétrie** du triangle ABC.



Définition II.16

Un triangle ABC est dit **équilatéral** si ses trois côtés sont égaux : $AB = AC = BC$.

Proposition II.17

Un triangle ABC est équilatéral si et seulement si ses angles sont égaux à ....

Proposition II.18

Dans un triangle équilatéral les médianes, bissectrices, hauteurs et médiatrices sont confondues et forment trois axes de symétries du triangle.

III Les quadrilatères

III.1 Les parallélogrammes

Définition III.1

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont . . . .

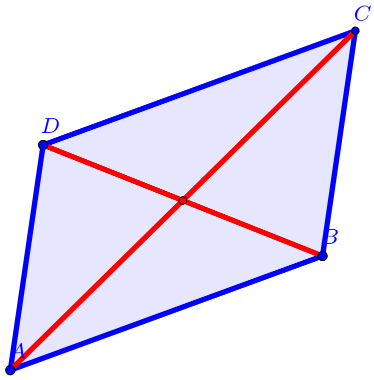
Remarque : un quadrilatère qui n'a que deux côtés opposés parallèles est un ....

Proposition III.2

Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales . . . .
....

Proposition III.3

Un parallélogramme possède **un centre de symétrie** (le point d'intersection des diagonales).



III.2 Les rectangles

Définition III.4

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre . . . .

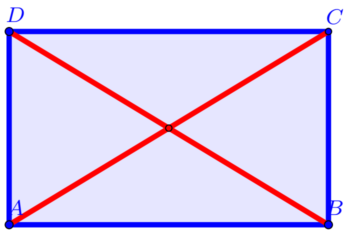
Proposition III.5

Un parallélogramme est un rectangle si et seulement si ses diagonales . . . .
....

Un parallélogramme est un rectangle si et seulement s'il possède . . . .

Proposition III.6

Un rectangle possède
- **deux axes de symétrie** (les médiatrices de ses côtés),
- **un centre de symétrie** (le point d'intersection des diagonales).



III.3 Les losanges

Définition III.7

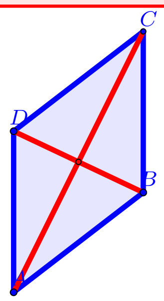
Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre ....

Proposition III.8

Un parallélogramme est un losange si et seulement si ses diagonales sont ....
....
Un parallélogramme est un losange si et seulement si ce parallélogramme possède ....
.... de même longueur.

Proposition III.9

Un losange possède
- **deux axes de symétrie** (ses diagonales),
- **un centre de symétrie** (le point d'intersection des diagonales).



III.4 Les carrés

Définition III.10

Un **carré** est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et à la fois un losange.

IV Les cercles

IV.1 Définition

Définition IV.1

Un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan qui sont à la distance r de O :

....

IV.2 Les tangentes

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O.

Définition IV.2

Une droite (d) **tangente** au cercle $\mathscr{C}$ est une droite ayant un unique point d'intersection avec ce cercle $\mathscr{C}$.

Proposition IV.3

Si la droite (d) est tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point M si et seulement si la droite (d) est .... à la droite (OM).