



## Contrôle 4

Le barème est donné à titre indicatif. Une attention particulière à la qualité de la présentation de la copie et à la clarté des raisonnements est attendue. Calculatrice autorisée.

**Exercice 1.** (10 points). On considère la fonction polynôme  $f$  définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , par

$$f(x) = -\frac{x^2}{4} + 2x + 1.$$

1. Comment est orientée la parabole  $\mathcal{C}_f$  associée à  $f$  ?
2. Déterminer l'abscisse  $x_S$  du sommet de la parabole.
3. Calculer  $y_S$  l'ordonnée du sommet.
4. (2 points) Donner le tableau de variation de  $f$ .
5. Compléter le tableau de valeurs de  $f$  en annexe.
6. Tracer le graphe de la fonction  $f$  en annexe.
7. Dériver la fonction  $f$ .
8. En déduire les valeurs de  $f'(2)$ ,  $f'(6)$  et  $f'(8)$ .
9. Tracer proprement en annexe  $\mathcal{T}_2$ ,  $\mathcal{T}_6$  et  $\mathcal{T}_8$  les tangentes à  $\mathcal{C}_f$  aux points d'abscisse 2 ; 6 et 8 respectivement.

**Exercice 2.** (10 points). Une entreprise fabrique des objets. Le coût de fabrication de  $x$  objets, en euro, est modélisé par la fonction  $c$  définie pour tout  $x \geq 0$  par

$$c(x) = 2000 + 100x - 0,01x^2.$$

1. Quel est le coût de fabrication de 1000 objets et de 1001 objets ?
2. En déduire l'augmentation du coût entraîné par la fabrication de cet objet supplémentaire.
3. Montrer que le coût de  $x + 1$  objets est donné par

$$c(x + 1) = 2099,99 + 99,98x - 0,01x^2.$$

On appelle coût marginal du  $x$ -ième objet la différence  $c(x + 1) - c(x)$ .

4. Exprimer le coût marginal  $CM(x) = c(x + 1) - c(x)$  en fonction de  $x$ .
5. Vérifier la formule en calculant le coût marginal du millième objet.
6. (2 points) Calculer la dérivé  $c'(x)$  du coût.
7. Calculer  $c'(1000)$ .

En général, la dérivée est une bonne approximation du coût marginal. On note  $e(x)$  l'erreur commise en remplaçant le coût marginal par la dérivée du coût, plus précisément  $e(x)$  est la différence entre la dérivée de  $c$  et le coût marginal.

8. Calculer  $e(x)$ .
9. Vérifier le calcul pour  $x = 1000$ .

**A RENDRE AVEC LA COPIE****Nom :****Prénom :****Annexe****Exercice 1, question 4 :**

$x$	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						

**Exercice 1, questions 5 et 8 :**