



Devoir Maison 2

La présentation doit être soignée et toutes les questions doivent être justifiées. La réflexion en groupe est autorisée mais la rédaction des solutions doit être **personnelle**. La moindre suspicion de recopiage annulera la copie du copieur et du copié.

Exercice 1. (10 points + 1 point bonus). Une usine de parfum possède un capital qui augmente chaque année de $t_1 = 15\%$.

1. Calculer t_2 le taux d'augmentation globale du capital au bout de deux ans, en pourcentage arrondi au dixième.
2. Calculer t_3 le taux d'augmentation globale du capital au bout de trois ans, en pourcentage arrondi au dixième.

L'usine décide tous les trois ans d'investir une partie de son capital.

3. Calculer le pourcentage t_r , arrondi au dixième, que doit investir l'usine pour retrouver son capital initial.

L'usine décide de ne pas tout investir et n'utilisera que 20% de son capital.

4. Calculer t_g le taux d'évolution globale sur les trois années en tenant compte de cette diminution.
- On note $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite des valeurs du capital de l'usine tous les trois ans et l'on suppose que l'usine possède initialement un capital de 120 millions d'euros.
5. Exprimer u_0 et calculer u_1 .
 6. En déduire u_2 puis u_3 .
 7. Soit $n \in \mathbb{N}$, quelle formule permet de calculer u_{n+1} en fonction de u_n ?
 8. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle croissante ou décroissante ou ni l'une ni l'autre ? Justifier.

Dans une feuille de calcul, on note dans la colonne *B* les différents termes de la suite :

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Rang (n)	Terme (u_n)							
2	0	120							
3	1	=							
4	2								
5	3								
6	4								
7	5								
8	6								
9	7								
10	8								
11	9								
12	10								

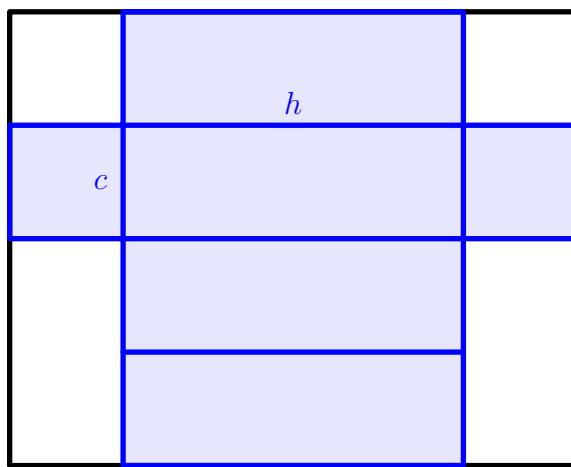
9. Quelle formule faut-il rentrer dans la case *B3* pour qu'en glissant cette cellule on obtienne les différentes valeurs de la suite ?
10. Déterminer le premier rang pour lequel le capital de l'usine va dépasser le milliard d'euros.
11. (Bonus) En déduire le nombre d'années au bout duquel le capital de l'usine va dépasser le milliard d'euros.



Exercice 2. (10 points + 1 point bonus) Notre usine de parfum décide de présenter ses parfums dans des boîtes dont la base est un carré de côté c et de hauteur h . On rappelle la formule du volume pour un parallélépipède rectangle :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times h.$$

Pour construire une telle boîte, l'usine découpe le patron de la boîte dans des plaques de carton de la façon suivante :



On note \mathcal{A} l'aire du carton rectangulaire dans lequel on découpe le patron de la boîte. On suppose que l'entreprise possède un budget pour un carton d'aire $\mathcal{A} = 480 \text{ cm}^2$.

1. Exprimer \mathcal{A} en fonction de h et c .
2. En déduire que

$$h = \frac{\mathcal{A}}{4c} - 2c.$$

3. Montrer alors que le volume de la boîte est de

$$\mathcal{V} = 120c - 2c^3.$$

4. On considère \mathcal{V} comme une fonction de c . De quel degré est la fonction polynôme $\mathcal{V}(c)$?
5. Dériver la fonction \mathcal{V} .
6. Déterminer les racines de \mathcal{V}' .
7. Comment est orientée la parabole associée à \mathcal{V}' ? Justifier.
8. En déduire le tableau de signe de \mathcal{V}' .
9. En déduire le tableau de variation de la fonction \mathcal{V} .
10. Pour quelle valeur **positive** de c , le volume \mathcal{V} est-il maximal?
11. (*Bonus*) En déduire la valeur de h associée.